

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{m}{2x} \right)$ es finito, calcula m y el valor del límite.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^4$. Encuentra la recta horizontal que corta a la gráfica de f formando con ella un recinto con área $\frac{8}{5}$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = \lambda \\ x - 3y + 5z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para $\lambda = 4$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(1, -1, 1)$ y la recta r dada por $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases}$

- a) [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de A respecto a r .
- b) [1 punto] Determina la ecuación del plano que contiene a r y pasa por A .

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

- a) [0'75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
- b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\int \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$ (sugerencia: $t = \sqrt{x}$).

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) [1 punto] Calcula el rango de $AB^T + \lambda I$ según los valores de λ (B^T es la matriz traspuesta de B , I es la matriz identidad de orden 3).
- b) [1'5 puntos] Calcula la matriz X que verifica $CX - X = 2I$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Calcula la distancia entre las rectas dadas por las siguientes ecuaciones

$$x = y = z \quad y \quad \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$