

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

- a) [1'75 puntos] Halla  $a, b$  y  $c$  para que la gráfica de  $f$  tenga un punto de inflexión de abscisa  $x = \frac{1}{2}$  y que la recta tangente en el punto de abscisa  $x = 0$  tenga por ecuación  $y = 5 - 6x$ .
- b) [0'75 puntos] Para  $a = 3, b = -9$  y  $c = 8$ , calcula los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas respectivamente por

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

- a) [1 punto] Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{r} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{array} \right\}$$

- a) [1'5 puntos] Calcula  $\alpha$  de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma  $\alpha x + y - 7z = 1$  el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
- b) [1 punto] Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

**Ejercicio 4.-** Considera la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A(1, 0, -1)$  y  $B(-1, 1, 0)$ .

- a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta  $s$  paralela a  $r$  que pasa por  $C(-2, 3, 2)$ .
- b) [1'5 puntos] Calcula la distancia de  $r$  a  $s$ .

**Instrucciones:** a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de  $125 \text{ m}^3$ . Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = x \ln(x + 1)$  para  $x > -1$  ( $\ln$  denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(1, 0)$ .

**Ejercicio 3.- [2'5 puntos]** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz  $X$  que verifica  $AX + B = A^2$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta definida por  $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

- a) **[1'5 puntos]** Determina la ecuación general del plano que contiene a  $r$  y pasa por el origen de coordenadas.
- b) **[1 punto]** Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a  $r$  en el punto  $(1, 1, 0)$ .