

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = I_2$.
- b) **(1 punto)** Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule los valores de a y b para que se verifique la ecuación $M \cdot A = A$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-5}{x+4} & \text{si } x < 2 \\ x^3 - 3x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) **(1.5 puntos)** Determine y represente gráficamente sus asíntotas. Calcule el punto donde la gráfica de la función f corta al eje de ordenadas.
- b) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = -3$.

EJERCICIO 3

Un estudio estadístico determina que la noche del 31 de diciembre conduce el 5% de la población, el 20% consume alcohol esa noche y el 2% conduce y consume alcohol.

- a) **(0.5 puntos)** ¿Son independientes los sucesos “conducir” y “consumir alcohol”?
- b) **(1 punto)** ¿Qué porcentaje de la población no conduce ni consume alcohol esa noche?
- c) **(1 punto)** De las personas que consumen alcohol, ¿qué porcentaje conduce esa noche?

EJERCICIO 4

El capital de las hipotecas constituidas sobre fincas urbanas en Andalucía es una variable aleatoria Normal con desviación típica 10000 €.

- a) **(2 puntos)** Se toma una muestra aleatoria de 9 hipotecas con los siguientes capitales (en euros):

95000 99000 105000 106000 108000 111000 112000 115000 120000.

Construya un intervalo de confianza, al 95%, para el capital medio de dichas hipotecas.

- b) **(0.5 puntos)** ¿Qué número mínimo de hipotecas deberíamos considerar en una muestra para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo en la estimación del capital medio sea de 4000€?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Se desea invertir 100000 € en dos productos financieros A y B que tienen una rentabilidad del 2% y del 2.5% respectivamente. Se sabe que el producto B exige una inversión mínima de 10000 € y, por cuestiones de riesgo, no se desea que la inversión en B supere el triple de lo invertido en A. ¿Cuánto se debe invertir en cada producto para que el beneficio sea máximo y cuál sería dicho beneficio?

EJERCICIO 2

Se considera la función f , definida a trozos por la expresión

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 6 & \text{si } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) **(0.5 puntos)** Estudie la continuidad de la función.
- b) **(0.5 puntos)** Analice la derivabilidad de la función.
- c) **(1.5 puntos)** Representéla gráficamente, determinando los extremos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos de corte con los ejes.

EJERCICIO 3

Una enfermedad puede estar provocada por solo una de estas tres causas: A, B o C. La probabilidad de que la causa sea A es 0.3, la de que sea B es 0.2 y la de que sea C es 0.5. El tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 20% de los casos si está provocada por A, en el 55% si la causa es B y en el 10% si la causa es C.

- a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un enfermo con la citada enfermedad no necesite hospitalización?
- b) **(1 punto)** Si un enfermo está hospitalizado debido a esta enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que la causa haya sido A?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) El peso medio de los pájaros de una determinada especie que habita en un parque natural se consideraba no inferior a 110 g, pero los biólogos del parque sostienen ahora la hipótesis de que dicho peso medio ha disminuido a consecuencia del cambio climático. Se ha tomado una muestra de 100 pájaros de esta especie y se ha obtenido un peso medio de 108 g. Se sabe que la variable que mide el peso de los pájaros de esta especie sigue una distribución Normal con desviación típica igual a 6 g.

Plantee un contraste de hipótesis ($H_0 : \mu \geq 110$), con un nivel de significación del 5%, determine la región crítica de este contraste y, utilizando ésta, razone si con ese nivel se puede aceptar que los biólogos del parque están en lo cierto.