**PROBLEMAS RESUELTOS**
**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**
**2010**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

**Un agricultor piensa que la producción media por naranjo, en su finca, es de 88 kg o más. Para confirmar su creencia selecciona, al azar, 10 de sus naranjos, pesa su producción y obtiene como resultado, en kg, para cada uno de ellos:**

**80 , 83 , 87 , 95 , 86 , 92 , 85 , 83 , 84 , 95**

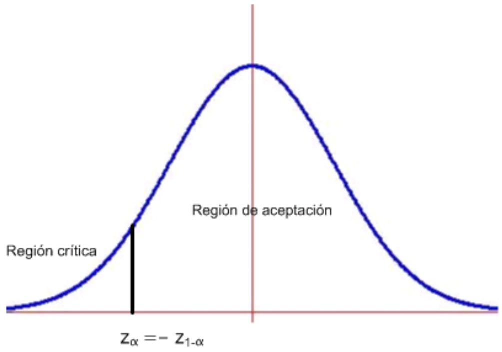
**Se acepta que la producción de un naranjo sigue una distribución Normal con desviación típica 5 kg.**
**a) Plantee el contraste de hipótesis unilateral que responda a las condiciones del problema y determine la región crítica para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.**
**b) Con los datos de esta muestra, ¿qué conclusión debe obtener el agricultor sobre la producción media por naranjo de su finca, utilizando ese mismo nivel de significación?.**
**SOCIALES II. 2010 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

Calculamos $\bar{x} = \dfrac{80+83+87+95+86+92+85+83+84+95}{10} = 87\ kg$

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 88$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 88$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.




Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{87-88}{\dfrac{5}{\sqrt{10}}} = -0'632$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'632$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que la producción media por naranjo es mayor de 88 kg.

**Una máquina de envasado está diseñada para llenar bolsas con 300 g de almendras. Para comprobar si funciona correctamente, se toma una muestra de 100 bolsas y se observa que su peso medio es de 297 g. Suponiendo que la variable "peso" tiene una distribución Normal con varianza 16, y utilizando un contraste bilateral ¿es aceptable, a un nivel de significación de 0.05, que el funcionamiento de la máquina es correcto?.**
**SOCIALES II. 2010 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

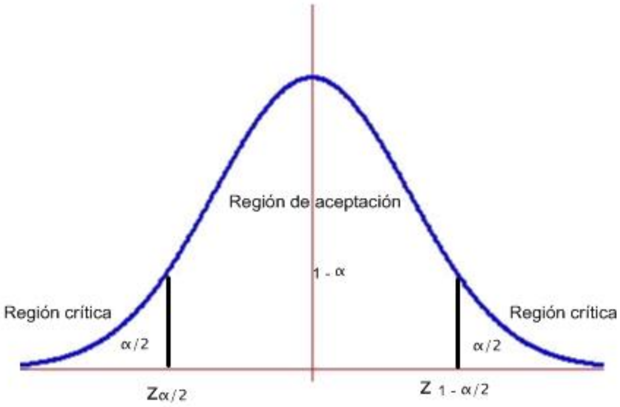
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 300$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 300$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.




Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{297 - 300}{\dfrac{4}{\sqrt{100}}} = -7'5$

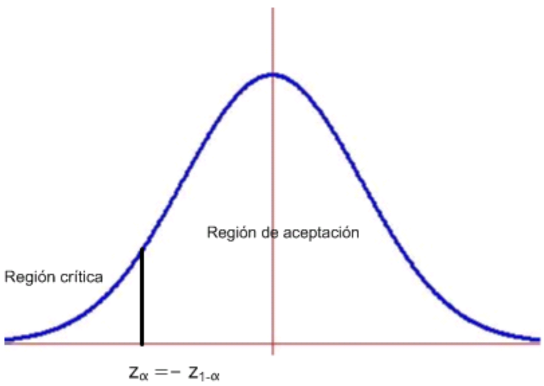
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -7'5$ es menor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, aceptamos que la máquina no llena las bolsas con 300 g, sino con menos de 300 g al nivel de significación 0'05, pudiendo haber cometido un error del tipo II.

**Se sabe que los años de vida de los individuos de una población es una variable aleatoria Normal con desviación típica 8.9 años. Una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población mostró una vida media de 71.8 años. Mediante un contraste unilateral, ¿puede afirmarse con los datos anteriores que la vida media es mayor de 70 años, a un nivel de significación $\alpha = 0.05$?.**
**SOCIALES II. 2010 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 70$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 70$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.




Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{71'8 - 70}{\dfrac{8'9}{\sqrt{100}}} = 2'02$

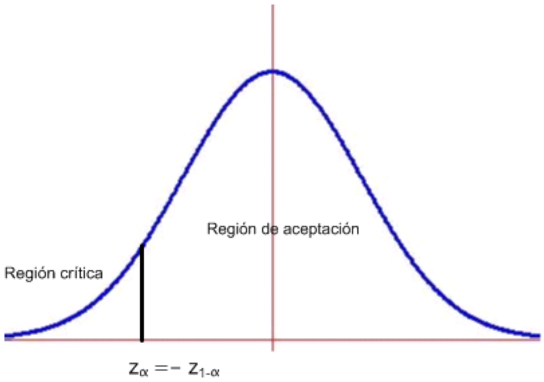
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 2'02$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que la vida media de la población es mayor de 70 años.

**El peso de los sacos de patatas de una cooperativa es una variable aleatoria Normal con desviación típica 0.25 kg. El agente de ventas de esa cooperativa afirma que el peso medio de los sacos no baja de 5 kg.**
**Se desea contrastar estadísticamente esta hipótesis. Para ello se toma una muestra aleatoria de 20 sacos y se obtiene que su peso medio es de 4.8 kg.**
**a) Determine las hipótesis del contraste que se plantea en este enunciado.**
**b) Halle la región crítica de este contraste para $\alpha = 0.01$?.**
**c) Con los datos de la muestra tomada,¿puede decirse que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis del agente de ventas de la cooperativa, al nivel de significación $\alpha = 0.01$?.**
**SOCIALES II. 2010 RESERVA 4. EJERCICIO 4 OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 5$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 5$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.




Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \dfrac{4'8 - 5}{\dfrac{0'25}{\sqrt{20}}} = -3'577$

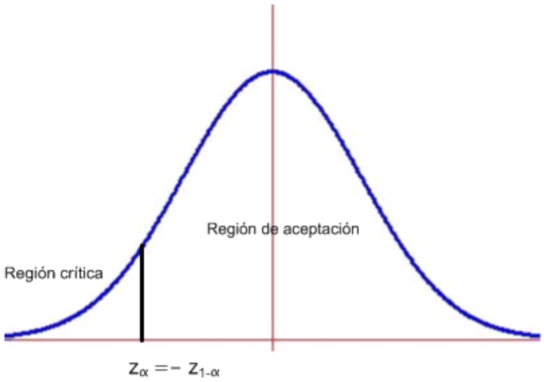
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -3'577$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que el peso medio de los sacos es menor de 5 kg.

**En una determinada especie animal el porcentaje de mortalidad debida a una enfermedad vírica es de al menos un 40%.**
**Se está realizando un estudio para probar la eficacia de un fármaco que permite tratar esa enfermedad y, consecuentemente, reducir el porcentaje de mortalidad en esa especie. Para ello, se suministró el fármaco a 50 sujetos enfermos, elegidos al azar, de los que murieron 14.**
**A la vista de estos datos, y tomando como nivel de significación 0.015, ¿ se puede afirmar que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis $H_0 : p \geq 0.4$, donde $p$ es la proporción, y por lo tanto aceptar la eficacia del fármaco?.**
**SOCIALES II. 2010 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'4$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'4$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'015 \Rightarrow 1-\alpha = 0'985$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'17$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'17$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.




Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{14}{50} - 0'4}{\sqrt{\dfrac{0'4 \cdot 0'6}{50}}} = -1'732$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1'732$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'17$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, no se puede afirmar, al nivel 0'015, que los datos de la muestra apoyen la creencia de que la mortalidad sea menor del 40%.