

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

La altura de los estudiantes de 2º de Bachillerato de un centro sigue un ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

a) ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?

b) Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se le mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere los 160 cm?

SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $N\left(165, \frac{10}{\sqrt{25}}\right) = N(165, 2)$

b) Calculamos la probabilidad:

$$p(x > 160) = p\left(z > \frac{160-165}{2}\right) = p(z > -2'5) = p(z < 2'5) = 0'9938$$

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

a) Calcule un intervalo de confianza, al 95%, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.

b) Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0'5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(35, \frac{6}{\sqrt{64}}\right) = N(35, 0'75)$

Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (35 \pm 1'96 \cdot 0'75) = (33'53 ; 36'47)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 0'5 = 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{2'575 \cdot 6}{0'5}\right)^2 = 954'81 \approx 955$$

El tiempo de vida de una determinada especie de tortuga es una variable aleatoria que sigue una ley Normal de desviación típica 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen los siguientes valores:

46 38 59 29 34 32 38 21 44 34

a) Determine un intervalo de confianza, al 95%, para la vida media de dicha especie de tortugas.

b) Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error de estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 98%.

SOCIALES II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{46 + 38 + 59 + 29 + 34 + 32 + 38 + 21 + 44 + 34}{10} = 37'5$$

$$\frac{1 + 0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(37'5 \pm 1'96 \frac{10}{\sqrt{10}} \right) = (37'5 \pm 6'198) = (31'302 ; 43'698)$$

b)

$$\frac{1 + 0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

$$E = 5 = 2'33 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 21'71 \approx 22 \text{ Tortugas}$$

En una muestra, elegida al azar, de 100 estudiantes de una Universidad, se ha observado que 25 desayunan en la cafetería del campus.

a) Determine, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería.

b) Si la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería del campus en una muestra aleatoria es de 0'2, y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0'03, con un nivel de confianza del 92'5%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.

SOCIALES II. 2017 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{25}{100} = 0'25$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'25 - 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'25 \cdot 0'75}{100}}, 0'25 + 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'25 \cdot 0'75}{100}} \right) = (0'1652; 0'3348)$$

b)

$$p = 0'2$$

$$\frac{1+0'925}{2} = 0'9625 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'78$$

$$E = 0'03 = 1'78 \cdot \sqrt{\frac{0'2 \cdot 0'8}{n}} \Rightarrow n = 563'27 \approx 564 \text{ estudiantes}$$