

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 2, Opción A
- Junio, Ejercicio 2, Opción B

Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t , medido en meses, transcurridos desde su inauguración:

$$f(t) = \begin{cases} -\frac{5}{2}t^2 + 20t & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ \frac{90t - 240}{t + 4} & \text{si } t > 6 \end{cases} .$$

- a) ¿Evoluciona la función f de forma continua?
 b) ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?
 c) ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40 %?
 d) ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La función polinómica $-\frac{5}{2}t^2 + 20t$ es continua en \mathbb{R} . La función racional $\frac{90t - 240}{t + 4}$ es continua en $\mathbb{R} - (-4)$. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad en $x = 6$.

Estudiamos la continuidad en $x = 6$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 6^-} -\frac{5}{2}t^2 + 20t = 30 \\ \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{90t - 240}{t + 4} = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 6^-} = \lim_{x \rightarrow 6^+} = f(6) \Rightarrow \text{Es continua en } x = 6$$

Por lo tanto, la función es continua en el intervalo $[0, +\infty)$

b) Calculamos: $f(24) = \frac{90 \cdot 24 - 240}{24 + 4} = \frac{1920}{28} = 68'57$

Luego, al finalizar el segundo año, la ocupación sería del 68'57 %

c) Calculamos $f(t) = 40$

$$\begin{aligned} -\frac{5}{2}t^2 + 20t = 40 &\Rightarrow -5t^2 + 40t - 80 = 0 \Rightarrow t = 4 \\ \frac{90t - 240}{t + 4} = 40 &\Rightarrow 90t - 240 = 40t + 160 \Rightarrow t = 8 \end{aligned}$$

Luego, la ocupación hotelera es del 40 % en el mes 4 y en el mes 8

d) Calculamos si tiene asíntota horizontal

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{90t - 240}{t + 4} = \frac{\infty}{\infty} = 90 \Rightarrow y = 90$$

Luego, el porcentaje de ocupación no llegaría al 90 % aunque estuviese abierto indefinidamente.

a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{e^{5x} - x}{x^2 - x} \quad g(x) = (2x^2 - x)^3 \cdot \ln(x^3 + 2)$$

b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

SOCIALES II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x) = \frac{(5 \cdot e^{5x} - 1) \cdot (x^2 - x) - (2x - 1) \cdot (e^{5x} - x)}{(x^2 - x)^2}$$

$$g'(x) = 3 \cdot (2x^2 - x)^2 \cdot (4x - 1) \cdot \ln(x^3 + 2) + \frac{3x^2}{x^3 + 2} \cdot (2x^2 - x)^3$$

b) La recta tangente en $x = 1$ es $y - h(1) = h'(1) \cdot (x - 1)$

$$- h(1) = \frac{1}{1} =$$

$$- h'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow h'(1) = -1$$

Sustituyendo en la ecuación, tenemos, $y - 1 = -1 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = -x + 2$