**PROBLEMAS RESUELTOS**
**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**
**2017**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

**Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo *t*, medido en meses, transcurridos desde su inauguración:**

$$f(t)=\begin{cases} -\dfrac{5}{2}t^2+20t & \text{si } 0\le t\le 6 \\ \dfrac{90t-240}{t+4} & si \quad t>6 \end{cases}.$$

**a) ¿Evoluciona la función *f* de forma continua?.**

**b) ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?.**

**c) ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40 %?.**

**d) ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?**

**SOCIALES II. 2017 JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) La función polinómica $-\dfrac{5}{2}t^2+20t$ es continua en $\mathbb{R}$. La función racional $\dfrac{90t-240}{t+4}$ es continua en $\mathbb{R}-(-4)$.Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad en $x=6$.

Estudiamos la continuidad en $x=6$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 6^-} -\dfrac{5}{2}t^2+20t=30 \\ \lim\limits_{x\to 6^+} \dfrac{90t-240}{t+4}=30 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 6^-} = \lim\limits_{x\to 6^+} = f(6) \Rightarrow \text{ Es continua en } x=6$$

Por lo tanto, la función es continua en el intervalo $[0,+\infty)$

b) Calculamos: $f(24)=\dfrac{90\cdot 24-240}{24+4}=\dfrac{1920}{28}=68'57$

Luego, al finalizar el segundo año, la ocupación sería del 68'57 %

c) Calculamos $f(t)=40$

$$-\frac{5}{2}t^2+20t=40 \Rightarrow -5t^2+40t-80=0 \Rightarrow t=4$$

$$\frac{90t-240}{t+4}=40 \Rightarrow 90t-240=40t+160 \Rightarrow t=8$$

Luego, la ocupación hotelera es del 40 % en el mes 4 y en el mes 8

d) Calculamos si tiene asíntota horizontal

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{90t-240}{t+4}=\frac{\infty}{\infty}=90 \Rightarrow y=90$$

Luego, el porcentaje de ocupación no llegaría al 90 % aunque estuviese abierto indefinidamente.

**a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:**

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \qquad g(x)=(2x^2-x)^3\cdot\ln(x^3+2)$$

**b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x=1$.**

**SOCIALES II. 2017. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCION B**

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x)=\frac{(5\cdot e^{5x}-1)\cdot(x^2-x)-(2x-1)\cdot(e^{5x}-x)}{\left(x^2-x\right)^2}$$

$$g'(x)=3\cdot(2x^2-x)^2\cdot(4x-1)\cdot\ln(x^3+2)+\frac{3x^2}{x^3+2}\cdot(2x^2-x)^3$$

b) La recta tangente en $x=1$ es $y-h(1)=h'(1)\cdot(x-1)$

- $h(1)=\frac{1}{1}=$
- $h'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow h'(1)=-1$

Sustituyendo en la ecuación, tenemos, $y-1=-1\cdot(x-1)\Rightarrow y=-x+2$

**Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx$**

**a) Halle $a$ y $b$ sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa $x=-1$ y un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=-2$.**

**b) Para $a=6$ y $b=9$, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.**

**SOCIALES II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la primera y segunda derivada

$$f(x)=x^3+ax^2+bx \quad ; \quad f'(x)=3x^2+2ax+b \quad ; \quad f''(x)=6x+2a$$

- Mínimo en $x=-1 \Rightarrow f'(-1)=0 \Rightarrow 3\cdot(-1)^2+2a\cdot(-1)+b=0 \Rightarrow -2a+b=-3$

- Punto de inflexión en $x=-2 \Rightarrow f''(-2)=0 \Rightarrow 6\cdot(-2)+2a=0 \Rightarrow 2a=12$

Resolviendo el sistema, tenemos que: $a=6$ ; $b=9$

b) Corte con el eje X $\Rightarrow x^3+6x^2+9x=0 \Rightarrow x=0$ ; $x=-3 \Rightarrow (0,0)$ ; $(-3,0)$

Corte con el eje Y $\Rightarrow y=0 \Rightarrow (0,0)$

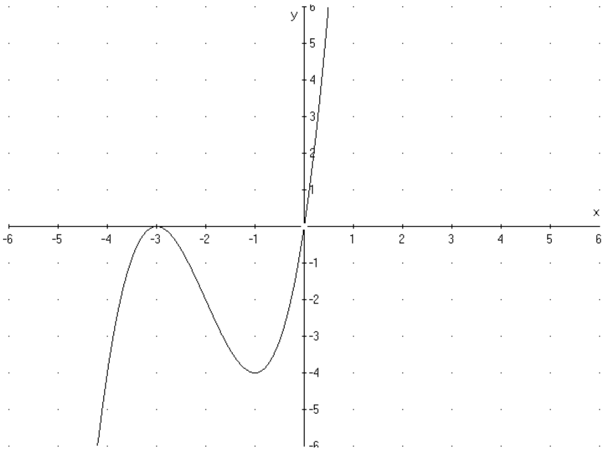
Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero.

$f'(x)=3x^2+12x+9=0 \Rightarrow x=-1$ ; $x=-3$

| | $(-\infty,-3)$ | $(-3,-1)$ | $(-1,\infty)$ |
|---|---|---|---|
| Signo y' | + | — | + |
| Función | C | D | C |

$\downarrow$ Máximo $(-3,0)$ $\quad$ $\downarrow$ mínimo $(-1,-4)$

Hacemos la representación gráfica.



**Se consideran las siguientes funciones: $f(x)=\dfrac{5x-16}{x}$ y $g(x)=x^2$**

**a) Determine la abscisa del punto donde se verifique $f'(x)=g'(x)$.**

**b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa $x=2$ y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.**

**SOCIALES II. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos las derivadas de las dos funciones y las igualamos

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=\dfrac{5x-5x+16}{x^2}=\dfrac{16}{x^2} \\ g'(x)=2x \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{16}{x^2}=2x \Rightarrow x^3=8 \Rightarrow x=2$$

b) Calculamos las rectas tangentes

La recta tangente a $f(x)=\dfrac{5x-16}{x}$ en $x=2$ es $y-f(2)=f'(2)\cdot(x-2)$

$$f(2)=\frac{10-16}{2}=-3$$

$$f'(x)=\frac{16}{x^2} \Rightarrow f'(2)=\frac{16}{4}=4$$

Sustituyendo en la ecuación, tenemos, $y+3=4\cdot(x-2)\Rightarrow y=4x-11$

La recta tangente a $g(x)=x^2$ en $x=2$ es $y-g(2)=g'(2)\cdot(x-2)$

$$g(2)=2^2=4$$

$$g'(x)=2x\Rightarrow g'(2)=2\cdot 2=4$$

Sustituyendo en la ecuación, tenemos, $y-4=4\cdot(x-2)\Rightarrow y=4x-4$

Vemos que las dos rectas son paralelas ya que tienen la misma pendiente, luego, no se cortan.