

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:
$$\begin{cases} -5x + 3y \leq 2 \\ -x + 2y \geq 6 \\ 2x + 3y \leq 37 \end{cases}$$

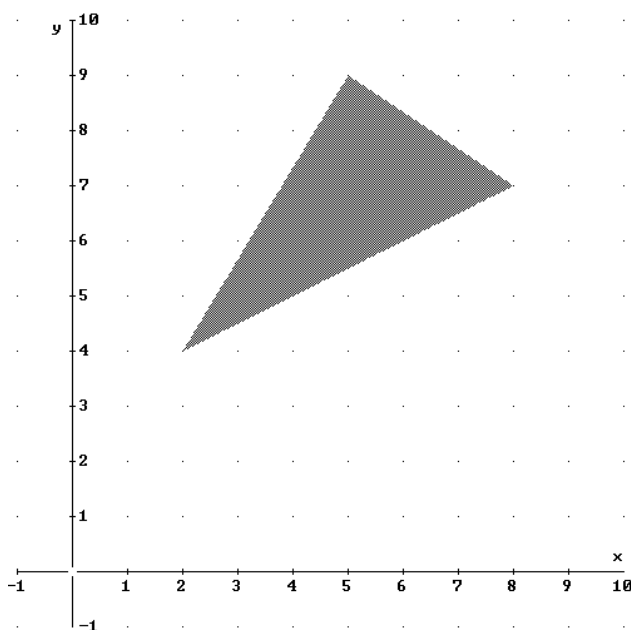
a) Represente el conjunto solución y determine sus vértices.

b) Halle el punto del recinto anterior en el cual la función $F(x, y) = -2x + 5y$ alcanza su valor máximo.

SOCIALES II. 2003 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A(2, 4)$; $B(8, 7)$; $C(5, 9)$

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = -2x + 5y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(2, 4) = 16$$

$$F(B) = F(8, 7) = 19$$

$$F(C) = F(5, 9) = 35$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C(5, 9)$ y vale 35.

a) Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones:

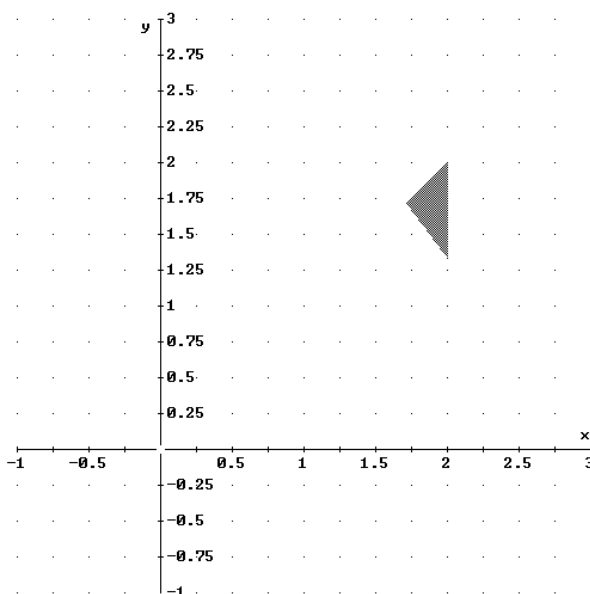
$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \geq 1; y \leq x; x \leq 2. \text{ Determine sus vértices.}$$

b) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = -x + 2y - 3$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

SOCIALES II. 2003 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

RESOLUCIÓN

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



Resolviendo los sistemas de inecuaciones calculamos los vértices del recinto:

$$A = \left(2, \frac{4}{3}\right); B(2, 2); C\left(\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right)$$

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = -x + 2y - 3$ en dichos puntos

$$F(A) = F\left(2, \frac{4}{3}\right) = -\frac{7}{3}$$

$$F(B) = F(2, 2) = -1$$

$$F(C) = F\left(\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right) = -\frac{9}{7}$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $B = (2, 2)$ y vale -1 , y el mínimo está en el punto

$$A = \left(2, \frac{4}{3}\right) \text{ y vale } -\frac{7}{3}.$$

Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15 € el Kg, respectivamente. La producción máxima mensual es de 1 Tm de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 Kg de cada uno.

Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 Kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales?. Calcule estos ingresos máximos.

SOCIALES II. 2003 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

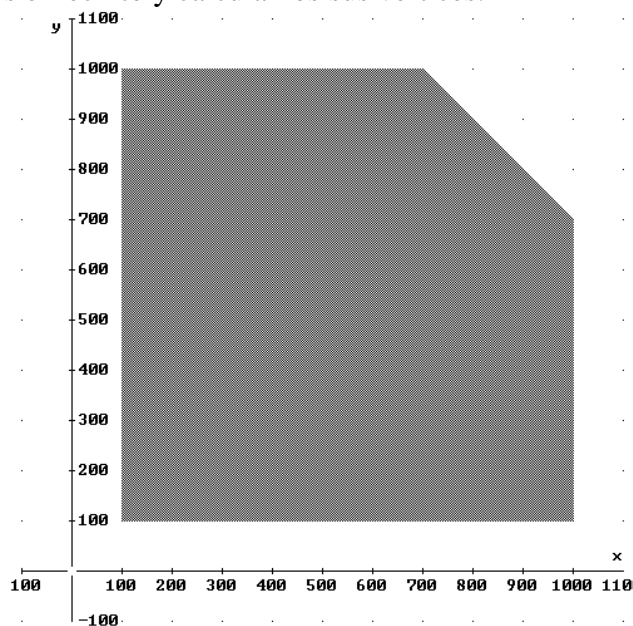
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos x a los Kg de gambas e y a los Kg de langostinos, tenemos:

- La producción máxima mensual es de 1 Tm de cada producto $\Rightarrow x \leq 1.000$; $y \leq 1.000$
- la producción mínima mensual es de 100 Kg de cada uno. $\Rightarrow x \geq 100$; $y \geq 100$
- Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 Kg al mes $\Rightarrow x + y \leq 1.700$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 10x + 15y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: A (100, 100); B = (1.000, 100); C = (1.000, 700); D = (700, 1.000) ; E = (100, 1000)

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 10x + 15y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(100, 100) = 2.500$$

$$F(B) = F(1.000, 100) = 11.500$$

$$F(C) = F(1.000, 700) = 20.500$$

$$F(D) = F(700, 1.000) = 22.000$$

$$F(E) = F(100, 1.000) = 16.000$$

Luego vemos que la producción que maximiza los ingresos mensuales corresponde a 700 Kg de gambas y 1.000 Kg de langostinos. Los ingresos ascienden a 22.000 €.

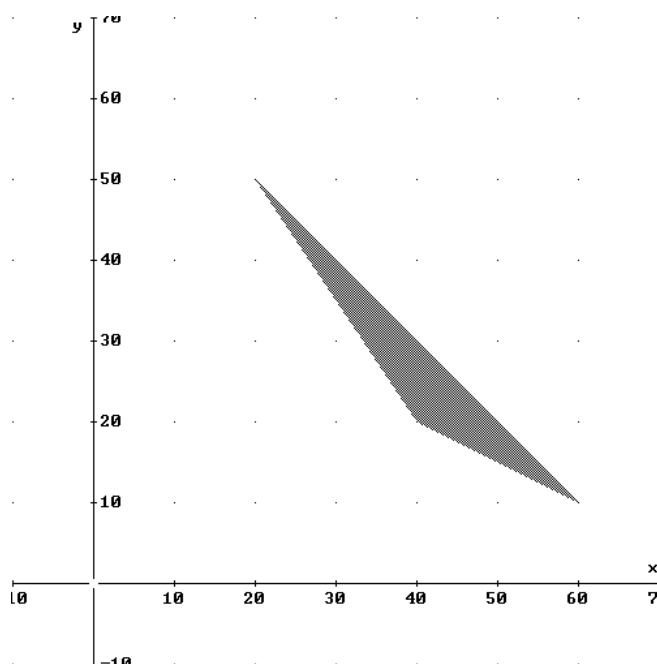
a) Represente gráficamente la región del plano delimitada por las siguientes inecuaciones: $x + 2y \geq 80$; $3x + 2y \geq 160$; $x + y \leq 70$ y determine sus vértices.

b) Calcule el máximo y el mínimo de la función $F(x, y) = 9x + 8y - 5$ en la región anterior e indique para qué valores se alcanzan.

SOCIALES II. 2003 RESERVA 3. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (40, 20)$; $B = (60, 10)$; $C = (20, 50)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 9x + 8y - 5$ en dichos puntos

$$F(A) = F(40, 20) = 515$$

$$F(B) = F(60, 10) = 615$$

$$F(C) = F(20, 50) = 575$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $B = (60, 10)$ y vale 615, y el mínimo está en el punto $D = (40, 20)$ y vale 515.

Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B, por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 €, respectivamente.

Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B, por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B. ¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?.

SOCIALES II. 2003 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

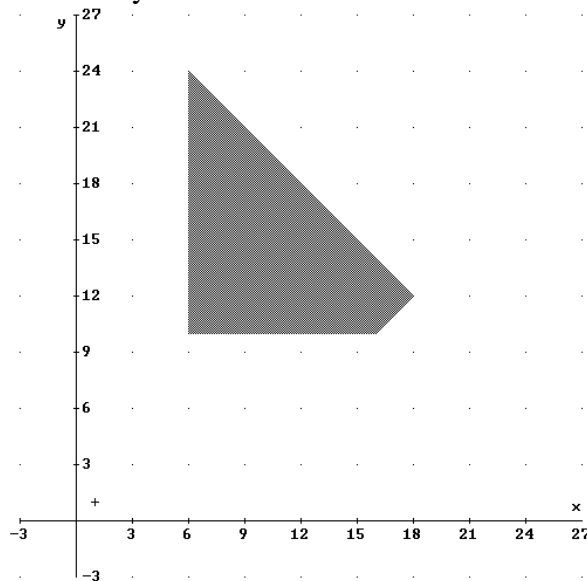
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos x al número de sofás tipo A e y al número de sofás de tipo B, tenemos:

- Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B $\Rightarrow x \geq 6 ; y \geq 10$
- El número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B.
 $\Rightarrow x \leq y + 6$
- no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?. $\Rightarrow x + y \leq 30$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 1.500x + 2.000y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: A = (6, 10); B = (16, 10); C = (18, 12); D = (6, 24).

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 1.500x + 2.000y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(6, 10) = 29.000$$

$$F(B) = F(16, 10) = 44.000$$

$$F(C) = F(18, 12) = 51.000$$

$$F(D) = F(6, 24) = 57.000$$

Luego vemos que el número de sofás del tipo A deben ser 6 y 24 del tipo B. El beneficio máximo es de 57.000 €.

Una empresa gana 150 € por cada tonelada de escayola producida y 100 € por cada tonelada de yeso.

La producción diaria debe ser como mínimo de 30 Tm de escayola y 30 Tm de yeso. La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 Tm a la de escayola. El triple de la cantidad de escayola, más la cantidad de yeso, no puede superar 420 Tm. Calcule la cantidad diaria que debe producirse de cada material, para obtener la máxima ganancia y determine dicha ganancia.

SOCIALES II. 2003 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Llamamos x a las Tm de escayola e y a las Tm de yeso.

- La producción diaria debe ser como mínimo de 30 Tm de escayola y 30 Tm de yeso

$$\Rightarrow x \geq 30 ; y \geq 30$$

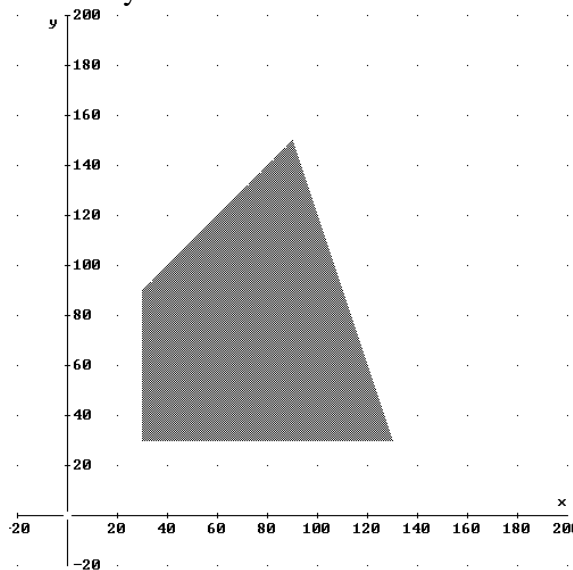
- La cantidad de yeso no puede superar en más de 60 Tm a la de escayola $\Rightarrow y \leq x + 60$

- El triple de la cantidad de escayola, más la cantidad de yeso, no puede superar 420 Tm.

$$\Rightarrow 3x + y \leq 420$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 150x + 100y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (30, 30)$; $B = (130, 30)$; $C = (90, 150)$; $D = (30, 90)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 150x + 100y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(30, 30) = 7.500$$

$$F(B) = F(130, 30) = 22.500$$

$$F(C) = F(90, 150) = 28.500$$

$$F(D) = F(30, 90) = 13.500$$

Luego vemos que el máximo corresponde a 90 Tm de escayola y 150 Tm de yeso y los ingresos ascienden a 28.500 €.